

Theoretische Physik I: Mechanik, Übung 10

Prof. Hans Peter Büchler WS 2010/11, 21. Dez 2010

1. Poisson-Klammer (Schriftlich)

- (a) Zeige folgende eigenschaften der Poisson-Klammer:
- Produktregel $\{f, gh\} = f\{g, h\} + \{f, h\}g$,
 - Jocobi-Identität $\{f, \{g, h\}\} + \{g, \{h, f\}\} + \{h, \{f, g\}\} = 0$
- (b) Berechne $\{f, q_i\}$ und $\{f, p_i\}$. Was folgt daraus für die fundamentalen Poisson-Klammern $\{q_i, q_j\}$, $\{p_i, p_j\}$ und $\{q_i, p_j\}$?
- (c) Betrachte einen dreidimensionalen harmonischen Oszillator mit Masse m und Eigenfrequenzen $\omega_x = \omega_y = \omega_z =: \omega$. Stelle die Hamilton-Funktion auf und zeige mit Hilfe der Poisson-Klammer, dass der Tensor zweiter Stufe

$$T_{ij} = p_i p_j + (m\omega)^2 q_i q_j \quad (1)$$

eine Erhaltungsgrösse ist.

2. Kugel im Trichter (Übungstunde)

Eine Kugel (Radius ~ 0 , keine Rotationsenergie) befinde sich im Schwerfeld der Erde in einem nach oben geöffneten Trichter mit Öffnungswinkel 2θ .

- Bestimme die Hamiltonfunktion des Systems.
- Zeige, dass eine **stabile** Kreisbewegung immer eine mögliche Lösung der Bewegungsgleichung ist. Bestimme die Kreisfrequenz Ω dieser Bewegung.
- Berechne die Schwingungsfrequenz ω kleiner Auslenkungen aus der stabilen Kreisbahn.

3. Weihchtaufgabe (Schriftlich)

Erfinde eine Aufgabe mit Zwangsbedingungen. Führe verallgemeinerte Koordinaten ein, und löse sie im Lagrange- und Hamiltonformalismus.

Die beste Aufgabe bekommt einen Preis, und wird vielleicht in der Klausur verwendet.

Frohe Weihnachten und ein gutes neues Jahr!