

# Theoretische Physik I: Mechanik, Übung 10

---

Prof. Hans Peter Büchler WS 2010/11, 21. Dez 2010

## 1. Poisson-Klammer (Schriftlich)

- (a) Zeige folgende eigenschaften der Poisson-Klammer:
- Produktregel  $\{f, gh\} = f\{g, h\} + \{f, h\}g$ ,
  - Jocobi-Identität  $\{f, \{g, h\}\} + \{g, \{h, f\}\} + \{h, \{f, g\}\} = 0$
- (b) Berechne  $\{f, q_i\}$  und  $\{f, p_i\}$ . Was folgt daraus für die fundamentalen Poisson-Klammern  $\{q_i, q_j\}$ ,  $\{p_i, p_j\}$  und  $\{q_i, p_j\}$ ?
- (c) Betrachte einen dreidimensionalen harmonischen Oszillator mit Masse  $m$  und Eigenfrequenzen  $\omega_x = \omega_y = \omega_z =: \omega$ . Stelle die Hamilton-Funktion auf und zeige mit Hilfe der Poisson-Klammer, dass der Tensor zweiter Stufe

$$T_{ij} = p_i p_j + (m\omega)^2 q_i q_j \quad (1)$$

eine Erhaltungsgrösse ist.

## 2. Kugel im Trichter (Übungstunde)

Eine Kugel (Radius  $\sim 0$ , keine Rotationsenergie) befinde sich im Schwerfeld der Erde in einem nach oben geöffneten Trichter mit Öffnungswinkel  $2\theta$ .

- Bestimme die Hamiltonfunktion des Systems.
- Zeige, dass eine **stabile** Kreisbewegung immer eine mögliche Lösung der Bewegungsgleichung ist. Bestimme die Kreisfrequenz  $\Omega$  dieser Bewegung.
- Berechne die Schwingungsfrequenz  $\omega$  kleiner Auslenkungen aus der stabilen Kreisbahn.

## 3. Weihchtaufgabe (Schriftlich)

Erfinde eine Aufgabe mit Zwangsbedingungen. Führe verallgemeinerte Koordinaten ein, und löse sie im Lagrange- und Hamiltonformalismus.

Die beste Aufgabe bekommt einen Preis, und wird vielleicht in der Klausur verwendet.

**Frohe Weihnachten und ein gutes neues Jahr!**