

Theoretische Physik I: Mechanik, Übung 11

Prof. Hans Peter Büchler WS 2010/11, 11. Jan 2011

1. Kanonische Transformation (Schriftlich)

q, p seien kanonisch konjugierte Variablen. Durch die Transformation

$$\bar{q} = \ln(1 + \sqrt{q} \cos p), \quad (1)$$

$$\bar{p} = 2(1 + \sqrt{q} \cos p)\sqrt{q} \sin p. \quad (2)$$

werden neue Koordinaten \bar{q}, \bar{p} definiert.

- (a) Zeige, dass die Transformation kanonisch ist.
- (b) Zeige, dass die Transformation durch

$$F(p, \bar{q}, t) = -(e^{\bar{q}} - 1)^2 \tan p \quad (3)$$

erzeugt wird.

2. Legendre-Transformation (Übungstunde)

Gegeben sei die Legendre-Transformation

$$g(y) = xy - f(x). \quad (4)$$

- (a) Zeige, dass für die Eindeutigkeit der Transformation $f''(x) > 0$ oder $f''(x) < 0$ notwendig ist.
- (b) Leite her, dass aus $f''(x) > 0$ auch die Beziehung $g''(y) > 0$ folgt und somit die Rücktransformation existiert.
- (c) Wende die Rücktransformation an und zeige, dass sich wieder die ursprüngliche Funktion $f(x)$ ergibt.
- (d) Führe die Legendre-Transformation für ein allgemeines mechanisches System aus mit

$$T = \sum_{ij} A_{ij}(\{q_i\}) \dot{q}_i \dot{q}_j \quad V = V(\{q_i\}). \quad (5)$$

Gilt $H = T + V = E$ (Gesamtenergie)?