Theoretische Physik II: Quanten Mechanik, Übung 1

Prof. Hans Peter Büchler SS 2011, 26. April 2011

Informationen zur Vorlesung sowie eine elektronische Version der Übungen befinden sich auf der Homepage **http://www.theo3.physik.uni-stuttgart.de/lehre/**. Die Übungen sind in zwei verschiedene Aufgabentypen aufgeteilt: **Schriftlich** heisst, dass diese Aufgaben in der Übungsstunde abgegeben werden und von den Übungsassistenten korrigiert werden. Die Aufgaben markiert mit **Übungsstunde** sollen vorbereitet werden für die Übungsstunde und von einem Studenten vorgerechnet werden. Zum Erlangen des Scheines sollen 80% der Übungen sinnvoll bearbeitet werden und es muss aktiv in der Übungsstunde vorgerechnet werden.

1. Wellen-Teilchen Dualismus (Schriftlich)

Zeige, dass für Elektronen

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2mE}} \approx \frac{12.2\mathring{A}}{\sqrt{E(eV)}} \tag{1}$$

gilt. Berechne dasselbe für ein Proton.

2. Bohr-Sommerfeld Quantisierung (Übungsstunde)

a) Die Bohr-Sommerfeld Quantisierung ist durch die Bedingung

$$I_n = \frac{1}{2\pi}\oint pdq = \hbar(n+\alpha) \quad n = 0, 1, 2, ... \tag{2}$$

gegeben. Wende diese auf den harmonischen Oszillator

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 q^2}{2} \tag{3}$$

in 1 und 2 Dimensionen an, i.e. finde die Quantisierung der Energieniveau's. Separiere in 2D die Variablen ($\mathbf{p}$, $\mathbf{q}$) in die Paare (p_x , q_x), (p_y , q_y) und kommen- tiere die Entartungen.
Fakultativ: Beachte, dass in 2D die Variablen (p, q) auf verschiedenen Arten separiert werden können: (I) (p_x , q_x), (p_y , q_y) und (II) (p_r , r), (p_θ , θ). Vergleiche die Quantisierungen in beiden Fällen.

b) **Aharonov-Bohm Effekt**: Betrachte nun ein Elektron, das sich "frei" auf einer kreisfömigen Bahn bewegt. Zusätzlich wird ein magnetisches Feld, mit Vektorpotential $\mathbf{A}$, durch die Bahn angelegt. In diesem Fall ist der Hamilton-operator gegeben durch

$$H = \frac{\Pi^2}{2m}, \quad \Pi = p - \frac{e}{c}\mathbf{A}\cdot\mathbf{e}_\theta, \tag{4}$$

wobei $\mathbf{e}_\theta$ der Einheitsvektor tangential zur Kreisbahn ist. Π ist die konjugierte Variable zu q und geht somit in die Bohr-Sommerfeld Quantisierung ein. Wie hängt das Spektrum der kinetischen Energie ($E_{kin} = p^2/2m$) vom magnetischen Fluss durch die Bahn ab. Zeige, dass dies ein Flussquantum $\Phi_0 = hc/e$ definiert.