

Theoretische Physik IIa, Übungsblatt 1

Prof. Alejandro Muramatsu SS 2010, 20. April 2010

Aufgabe 1: Mathematisches

(6 Punkte)

Beweise die folgenden Identitäten:

- a) $\mathbf{a} \wedge (\mathbf{b} \wedge \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$,
- b) $\operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{a} = 0$,
- c) $\operatorname{rot} \operatorname{grad} \phi = 0$,
- d) $\operatorname{div}(\phi \mathbf{a}) = \mathbf{a} \cdot \operatorname{grad} \phi + \phi \operatorname{div} \mathbf{a}$,
- e) $\operatorname{rot}(\phi \mathbf{a}) = \phi \operatorname{rot} \mathbf{a} - \mathbf{a} \wedge \operatorname{grad} \phi$,
- f) $\operatorname{grad}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) = (\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{a} + (\mathbf{a} \cdot \nabla) \mathbf{b} + \mathbf{b} \wedge \operatorname{rot} \mathbf{a} + \mathbf{a} \wedge \operatorname{rot} \mathbf{b}$.

Dabei sind \mathbf{a} , \mathbf{b} und \mathbf{c} Vektorfelder und ϕ ein Skalarfeld.

Tipp: Verwende komponentenschreibweise und den Levi-Civita-Tensor ε_{ijk} zur Darstellung der Vektorprodukte.

Aufgabe 2: Homogen geladene Kugel

(6 Punkte)

Wir betrachten eine isolierende Kugel mit fester homogener Ladungsverteilung, Gesamtladung Q und Radius R .

- a) Berechne über $\operatorname{div} \mathbf{E}(r) = 4\pi\rho(r)$ und den Satz von Gauss das elektrische Feld $\mathbf{E}(r)$ der Kugel für $r > R$ und $r < R$ (Fallunterscheidung!).
Tipp: Symmetrie!
- b) Wie gross ist die Kraft der homogen geladenen Kugel auf eine Probeladung q im Abstand r ?
- c) Wir bewegen nun die Probeladung von der Position $r_1 > R$ zur Position $r_2 > R$. Zeige mit dem Satz von Stokes, dass die zu verrichtende Arbeit ($dW = ds \cdot \mathbf{F}$) unabhängig vom Weg ist, auf dem die Probeladung die Position r_2 erreicht.
- d) Wie werden derartige Kräfte in der Mechanik bezeichnet?
- e) Berechne das Potential $\phi(r)$ der homogen geladenen Kugel für $r > R$ und $r < R$.
Tipp: Das Potential muss stetig sein.