

Theoretische Physik I: Mechanik, Übung 2

Prof. Hans Peter Büchler SS 2009, 28. April 2009

1. Ein-dimensionale Bewegung (Schriftlich)

Untersuche die 1-dimensionale Bewegung eines Teilchens mit der Koordinate x im Potential

$$V(x) = 3x^2 - 2x^3. \quad (1)$$

- Schreibe die Bewegungsgleichung hin und finde die stationären Lösungen. Zeige, dass die Stationären Lösungen mit den Extrema des Potentials übereinstimmen.
- Entwickle das Potential um die beiden Extrema in eine Taylor Reihe 2. Ordnung in x . Löse die Approximativen Bewegungsgleichungen nun exakt. Welcher Punkt ist eine stabile stationäre Lösung und welcher Punkt ist instabil.
- Skizziere die Bewegungs Trajektorien in der (x, p) -Ebene, d.h., die eine Achse stellt die Koordinate x dar und die zweite den Impuls $p = m\dot{x}$. Benutze die exakte Lösung von (b) um die Trajektorien um die Extrema möglichst genau zu zeichnen.

2. Hypotetische Kraft (Schriftlich)

Es ein ein hypothetisches fundamentales Kraftgesetz für eine 2 Körperkraft im Vakuum gegeben durch

$$\mathbf{F}_{12} = -(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) f(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|) \quad (2)$$

Ist dieses Gesetz kompatibel mit den Grundprinzipien der klassischen Mechanik? Überprüfe 'actio=reactio', Galilei Invarianz unter den 10 kontinuierlichen Transformationen und den 2 diskreten Transformationen. Gelten ebenfalls die 10 klassischen Erhaltungsgrößen?

3. Ein-dimensionale Bewegung II (Übungsstunde)

- Die Energie eines 1 dimensionalen Teilchens im Potential $V(x)$ ist gegeben als

$$E = H(x, p) = \frac{1}{2}\dot{x}^2 + V(x) = \frac{p^2}{2m} + V(x). \quad (3)$$

Zeige durch Berechnen der Totalen Ableitung, d.h., $\frac{d}{dt}E$ und einsetzen der Bewegungsgleichung, dass die Energie erhalten ist.

- Zeige, dass daher die Bewegungsgleichung auch durch die Gleichung

$$\dot{x} = \pm \sqrt{\frac{2}{m}(E - V(x))} \quad (4)$$

bestimmt ist. Finde eine Formale Lösung zu dieser Bewegungsgleichung.

- (c) Zeige, dass die Trajektorien in der (x, p) -Ebene gerade die Kurven sind, die zu einem festen Wert der Energy $E = H(x, p)$ gehören. Skizziere, daher die Lösungen für folgende Potentiale

$$V(x) = x^4 - 2x^2 \quad V(x) = \cos(x), \quad (5)$$

für die Energien $E = -1$, $E = -0.5$, $E = 0$, $E = 0.5$, $E = 1$, und $E = 2$.

- (d) Für eine Periodische Lösung sei die ‘Wirkung’ $S(E)$ definiert als die Fläche die von der Kurve mit Energie E in der (x, p) -Ebene eingeschlossen ist. Zeige, dass die Periode der Bewegung T geschrieben werden kann als

$$T = \frac{d}{dE} S(E). \quad (6)$$