Theoretische Physik III: Elektrodynamik — Repetitionsübung

Prof. Hans Peter Büchler SS 2015, 25. August 2015

Diese Aufgaben sind als Prüfungsvorbereitung gedacht und orientieren sich hinsichtlich Schwierigkeitsgrad und Struktur an den Prüfungsaufgaben.

1. **Elektrostatik**

   In Folgenden untersuchen wir das elektrostatische Problem eines elektrischen Dipols in der Nähe einer unendlich ausgedehnten, metallischen Platte. Die metallische Platte liegt in der y-z Ebene, während der elektrische Dipol am Ort $\mathbf{r} = (a, 0, 0)$ durch das Dipolmoment $\mathbf{d}$ beschrieben ist.

   (a) Wie sehen die Gleichungen für das Potential und das elektrische Feld aus? Wie lauten die Randbedingungen an das elektrische Feld auf der metallischen Platte?

   (b) Beschreibe den elektrischen Dipol durch zwei Ladungen, die durch eine kleine Distanz $b \ll a$ voneinander getrennt sind.

   (c) Löse das Problem jetzt mittels Spiegelladungen. Wie sieht das elektrostatische Potential aus?

   (d) Welche Kraft erfährt der elektrische Dipol und wie sieht die Kraft abhängig von der Orientierung des Dipols $\mathbf{d}$ aus?

2. **Elektrostatik II**

   Im Folgenden betrachten wir ein zweidimensionales Problem: Zwei konzentrische, kreisförmige metallische Ringe mit Radien a und b mit $a < b$. Der innere Ring ist mit der Ladung Q geladen. Berechne das elektrostatische Potential, das elektrische Feld und die Ladung die auf dem äußeren Ring induziert wird.

3. **Magnetostatik**

   Ein homogenes Magnetfeld wird beschrieben durch das Vektorpotential $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = (0, 0, By)$.

   (a) Berechne das Magnetfeld.

   (b) Wie sieht in der Elektrodynamik eine allgemeine Eichtransformation aus?

   (c) Betrachte jetzt die Eichtransformation $\chi(\mathbf{r}) = -\frac{B}{2}zy$. Wie sieht das Vektorpotential $\mathbf{A}'$ in der neuen Eichung aus, wie das Magnetfeld?

4. Elektrodynamik

(a) Zeige, dass aus den Maxwell-Gleichungen die Kontinuitätsgleichung für die Ladungsdichte ρ und die Stromdichte $\mathbf{j}$ folgt.

(b) Zeige, dass die Maxwell-Gleichungen mittels Potentialen in der Lorenz-Eichung auf ungekoppelte Wellengleichungen reduziert werden.

(c) Berechne die Greensche Funktion der Wellengleichung.

5. Elektrodynamik in Medien

Eine ebene Welle trifft aus dem Vakuum kommend senkrecht auf einen Halbraum mit der dielektrischen Dispersion $\epsilon(\omega)$.

(a) Wie ist die einfallende ebene Welle charakterisiert?

(b) Welches sind die Randbedingungen an die verschiedenen relevanten Felder am Übergang ins dielektrische Medium?

(c) Gib den Transmissions- und den Reflektionskoeffizienten an.

(d) Betrachte jetzt als dielektrisches Medium ein Metall mit der Dispersion

$$\epsilon(\omega) = 1 + \frac{i\sigma_0}{\omega}. \tag{1}$$

Wie verhalten sich Reflektions- und Transmissionskoeffizient im Grenzfall kleiner Frequenzen?

(e) Bestimme für endliche Frequenzen ω die Eindringtiefe der ebenen Welle in das Metall.

6. Wellenleiter

Bestimme die Abschneidefrequenz der ersten transversal-magnetischen (TM) Mode in einem idealen Wellenleiter mit metallischen Oberflächen und einem quadratischen Querschnitt der Kantenlänge L.

7. Relativitätstheorie

(a) Zeige, dass die Bedingung der Lorenz-Eichung lorentzinvariant ist.
Bonus: Nach welchem Physiker ist die Lorenz-Eichung benannt? Wer lieh der Lorentz-Transformation seinen Namen?

(b) Schreibe die Maxwell-Gleichungen in Viererschreibweise und zeige deren Lorentzinvarianz.

(c) Gib die Lorentz-Transformation für einen Boost in x-Richtung an. Betrachte jetzt ein elektrisches Feld in x-Richtung. Wie sehen die neuen elektrischen und magnetischen Felder nach der Lorentz-Transformation aus?