Mathematische Methoden der Physik, Übung 1

Prof. Hans Peter Büchler WS 2014/15, 15. Oktober 2014

Informationen zur Vorlesung sowie eine elektronische Version der Übungen und eine Kopie der Vorlesungsnotizen befinden sich auf der Homepage **http://www.itp3.uni-stuttgart.de/lehre/vorlesungen/MMP.html**. Die Übungen sind in zwei verschiedene Aufgabentypen aufgeteilt: **Schriftlich** heisst, dass diese Aufgaben in der bungsstunde abgegeben werden und von den Übungsassistenten korrigiert werden. Die Aufgaben markiert mit **Übungsstunde** sollen vorbereitet werden für die Übungsstunde und von einem Studenten vorgelöst werden. Zum Erlangen des Übungsscheines müssen 80% der Punkte für die schriftlichen Übungen gesammelt, 66% der Übungsaufgaben votiert und 2 Mal in der Übungsstunde vorgerechnet werden.

1. Differenzieren (Schriftlich)

(a) Berechne die Ableitung von x^ν mit ν einer reelen Zahl unter benutzen der Relation $x^\nu = \exp(\nu \ln x)$.

(b) Differenziere folgende Funktionen mit Hilfe der Regeln aus der Vorlesung

$$\exp(-x^3), \quad x^{-4}\sin(x), \quad \exp\left(\cos(x)\right), \quad \ln(1+x^4), \quad (\sin(x))^2\exp(ax). \tag{1}$$

(c) Benutze die Produktregel und die Kettenregel um folgende Quotientenregel herzuleiten

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2} \tag{2}$$

(d) Benutze nun die Quotientenregel um folgende Ableitungen zu berechnen

$$\tan(x), \qquad \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right) \tag{3}$$

2. Taylorreihen (Schriftlich)

(a) Entwickle folgende Funktionen in eine Taylorreihe um den Punkt $x_0 = 0$ in 4. Ordnung

$$\sin(x), \qquad \frac{1}{1-x}, \qquad \exp(x). \tag{4}$$

(b) Berechne die Taylorreihe um den Punkt $x_0 = 1$ der Funktionen bis in 2. Ordnung

$$x^{3/2}, \qquad \ln x \tag{5}$$

(c) Können die Funktionen in Aufgabe 2.b auch um den Punkt $x_0 = 0$ in eine Taylorreihe entwickelt werden?

3. Differentialgleichungen (Übungsstunde)

(a) Leite die Funktion $x(t) = \cos(\omega t)$ zweimal ab und zeige durch einsetzen, dass die Funktion $x(t)$ die Differenzialgleichung des Harmonischen Oszillators erfüllt

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + \omega^2 x(t) = 0 \tag{6}$$

(b) Zeige, dass die Funktion $x(t) = t\exp(-\eta t)$ ein Lösung folgender Differentialgleichung ist,

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + 2\eta\frac{d}{dt}x(t) + \eta^2 x(t) = 0. \tag{7}$$

4. Entwicklung von Funktionen (Übungstunde)

Entwickle die Funktion

$$f(x) = \frac{\exp(-ax)}{b+x} \tag{8}$$

im Punkt $x_0 = 0$ in eine Taylorreihe bis in 2. Ordnung. Anstelle die Funktion $f(x)$ direkt abzuleiten, leite das Resultat her indem zuerst die Taylor-Entwicklung der Funktionen $\exp(-ax)$ und $1/(b+x)$ hergeleitet werden und anschliessend das Produkt berechnet wird. Welche Terme im Produkt können vernachlässigt werden?