# Mathematische Methoden der Physik, Übung 7

---

*Prof. Hans Peter Büchler WS 2014/15, 26. November 2014*

**1. $\delta$-Distribution (Schriftlich)**

Bestimme folgende Integrale

(a)

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx\delta(x-a)\exp(-x^2) \quad \int_0^2 \delta(x-1)\ln(1+x) \quad \int_0^2 \delta(x-1)g(y) \tag{1}$$

(b)

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx\delta(x-a)\delta(x-b) \qquad \int_{-\infty}^{\infty} dx\frac{\delta(x-a)\delta(x-b)}{1+(x-b)^2} \qquad \int_{-\infty}^{\infty} dx\delta(x-a)\delta(y-b) \tag{2}$$

(c)

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \exp(-x^2)\frac{d}{dx}\delta(x-2) \tag{3}$$

**2. $\delta$-Distribution II (Übungsstunde)**

(a) Zeige, dass die zweifache Ableitung von $-|x|$ eine $\delta$-Distribution ergibt, d.h.,

$$\frac{d^2}{dx^2}|x| = -\delta(x) \tag{4}$$

(b) Zeige, dass $|x|$ auch als Grenzwert der Funktion $f_\epsilon(x) = \ln[\cosh(x/\epsilon)]$ für $\epsilon \to 0$ geschrieben werden kann. Berechne die zweifache Ableitung von $f_\epsilon(x)$ und beweise, dass dies eine Funktionenfolge beschreibt, die gegen eine $\delta$-Funktion konvergiert.

**3. Green's funktion (Übungsstunde)**

Bestimme die Green's Funktion $G(x,z)$ die mittels der Differentialgleichung

$$\frac{d^2}{dx^2}G(x,z) - G(x,z) = \delta(x-z) \tag{5}$$

definiert ist. Dabei geben wir zusätzlich die Randbedingung vor, dass $G(x,z) \to 0$ für $x \to \pm\infty$, d.h., der Wert der Green's Funktion verschwindet im unendlichen.