

Theoretische Physik: Fortgeschrittene Quantentheorie, Übung 4

Prof. Dr. Alejandro Muramatsu WS 2014/15, 13. November 2014

1. Lorentz-Transformation

Elektromagnetische Wellen erfüllen im Vakuum die Wellengleichung

$$\Delta \mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{F}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

für $\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ bzw. $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$

- Zeige, dass diese Wellengleichung nicht invariant unter einer Galileitransformation ist.
- Zeige, dass diese Wellengleichung invariant unter einer Lorentztransformation ist.

2. Paradox: Stange in der Garage

Ein Student schreibt, dass die spezielle Relativitätstheorie falsch sein muss. Betrachte eine Stange und eine Garage mit jeweils der Länge L . Ein Mann bewegt sich nun mit der Stange auf der Schulter in Richtung ihrer Länge auf die Garage zu. Es ist dann möglich die Stange in der Garage einzuschließen, d.h. dass beide Türen der Garage im selben Augenblick geschlossen sind. Betrachte dieselbe Situation nun im Inertialsystem des Mannes. Für ihn ist die Stange nun länger als die Garage. Wie konnte es möglich sein, die Stange in die Garage einzuschließen. Rechne und erkläre!

3. Addition von Geschwindigkeiten

Wir betrachten drei Koordinatensysteme K_1 , K_2 und K_3 , deren Ursprung zum Zeitpunkt $t_1 = t_2 = t_3 = 0$ übereinander liegen.

K_2 bewege sich relativ zu K_1 mit der konstanten Geschwindigkeit v_{12} und K_3 zu K_1 mit v_{13} . Weiterhin gilt für die Entfernung von K_1 zu K_3 die Form $x_{13} = v_{13}t_1$, und für die Entfernung von K_2 zu K_3 die Form $x_{23} = v_{23}t_1$.

- Berechne über $v_{13} = x_{13}/t_1$ das Additionstheorem für relativistische Geschwindigkeiten. Tipp: Transformiere x_{13} und t_1 in das bewegte Koordinatensystem K_2 .
- Zeige, dass für kleine Geschwindigkeiten $v/c \ll 1$ sich wieder das Galilei'sche Additionstheorem $v_{13} = v_{12} + v_{23}$ ergibt.
- Führe nun die Rapiditäten $v = c \tanh \theta$ ein und zeige, dass im relativistischen Fall, für die θ das Additionstheorem $\theta_{13} = \theta_{12} + \theta_{23}$ gilt.

4. Geladenes Teilchen im homogenen E-Feld

Ein geladenes Teilchen (Ladung q und Ruhemasse m) bewege sich in einem homogenen elektrischen Feld

$$\mathbf{E} = (E, 0, 0) \quad (2)$$

mit den Anfangbedingungen

$$\mathbf{r}(t = 0) = (0, 0, z_0), \quad \mathbf{v}(t = 0) = (0, v_0, 0). \quad (3)$$

- a) Berechne die Zeitabhängigkeit des relativistischen Energie $T_r = T_r(t)$.
- b) Bestimme die Teilchengeschwindigkeit $\mathbf{v} = \mathbf{v}(t)$ und die Bahnkurve $\mathbf{r}(t)$.