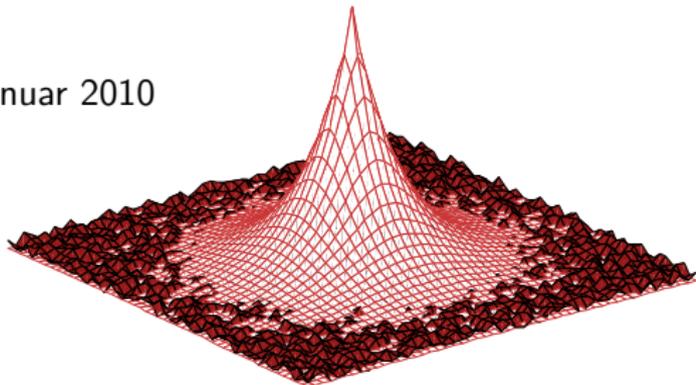


Anderson-Lokalisierung

Hauptseminar: Wechselwirkende Quantengase - WS 2009/2010

David Peter

26. Januar 2010



Unordnung in der Physik

Normalerweise störend

- Reibung in der klassischen Physik
- BEC: Kühlen um thermische „Unordnung“ zu beseitigen

Aber: Neue Phänomene

- Quanten-Hall-Effekt
- Hochtemperatursupraleiter
- *Anderson-Lokalisierung*



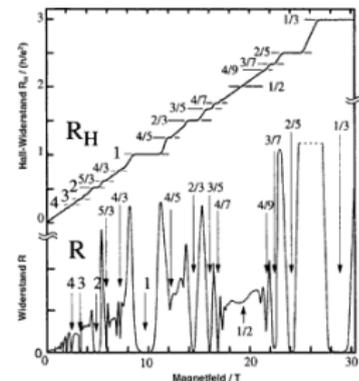
Unordnung in der Physik

Normalerweise störend

- Reibung in der klassischen Physik
- BEC: Kühlen um thermische „Unordnung“ zu beseitigen

Aber: Neue Phänomene

- Quanten-Hall-Effekt
- Hochtemperatursupraleiter
- *Anderson-Lokalisierung*





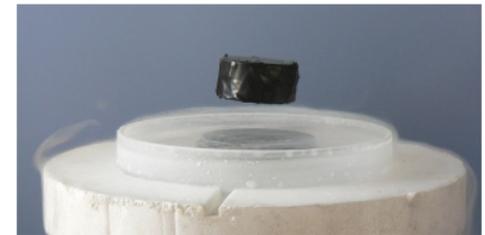
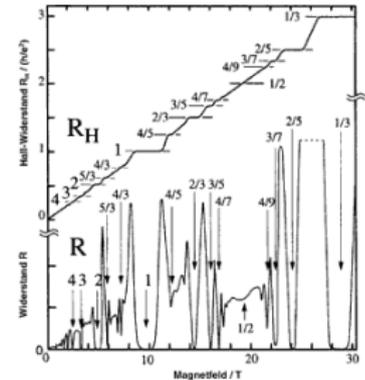
Unordnung in der Physik

Normalerweise störend

- Reibung in der klassischen Physik
- BEC: Kühlen um thermische „Unordnung“ zu beseitigen

Aber: Neue Phänomene

- Quanten-Hall-Effekt
- Hochtemperatursupraleiter
- *Anderson-Lokalisierung*



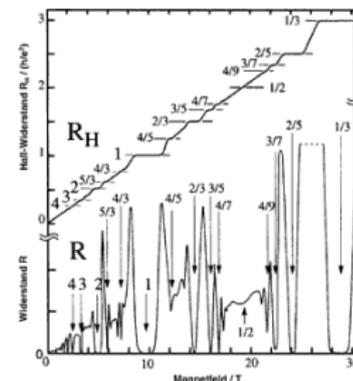
Unordnung in der Physik

Normalerweise störend

- Reibung in der klassischen Physik
- BEC: Kühlen um thermische „Unordnung“ zu beseitigen

Aber: Neue Phänomene

- Quanten-Hall-Effekt
- Hochtemperatursupraleiter
- *Anderson-Lokalisierung*





Inhalt

- 1 Einführung
- 2 Theorie
- 3 Simulationen
- 4 Experimente

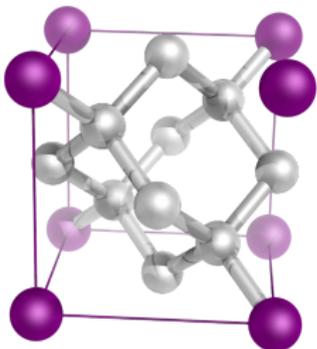
Inhalt

- 1 Einführung**
 - Festkörperphysik
 - Anderson-Lokalisierung
- 2 Theorie
- 3 Simulationen
- 4 Experimente

Festkörperphysik

periodischer Kristall

- Translationsinvarianz
- Lösung: Blochwellen (1928)
- Leitend, falls Fermienergie im Band



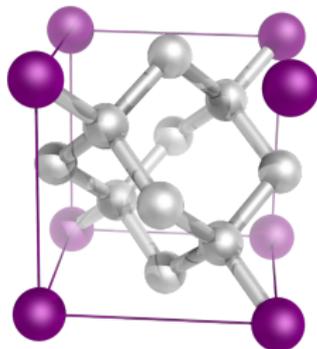
Kristall mit zufälligen Störungen

- Translationsinvarianz gebrochen
- Blochwellen keine Lösungen mehr
- bei starker Unordnung keine Störungstheorie möglich
- Semi-klassische Theorien (Drude-Modell 1900) können Transport nicht richtig beschreiben

Festkörperphysik

periodischer Kristall

- Translationsinvarianz
- Lösung: Blochwellen (1928)
- Leitend, falls Fermienergie im Band



Kristall mit zufälligen Störungen

- Translationsinvarianz gebrochen
- Blochwellen keine Lösungen mehr
- bei starker Unordnung keine Störungstheorie möglich
- Semi-klassische Theorien (Drude-Modell 1900) können Transport nicht richtig beschreiben

Veröffentlichung 1958

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 109, NUMBER 5

MARCH 1, 1958

Absence of Diffusion in Certain Random Lattices

P. W. ANDERSON

Bell Telephone Laboratories, Murray Hill, New Jersey

(Received October 10, 1957)

This paper presents a simple model for such processes as spin diffusion or conduction in the “impurity band.” These processes involve transport in a lattice which is in some sense random, and in them diffusion is expected to take place via quantum jumps between localized sites. In this simple model the essential randomness is introduced by requiring the energy to vary randomly from site to site. It is shown that at low enough densities no diffusion at all can take place, and the criteria for transport to occur are given.

- Durch Unordnung können Teilchen (quantenmechanisch) lokalisiert werden
 - Andersons Veröffentlichung wurde 4500 mal zitiert (Platz 5)
- und ...

Veröffentlichung 1958

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 109, NUMBER 5

MARCH 1, 1958

Absence of Diffusion in Certain Random Lattices

P. W. ANDERSON

Bell Telephone Laboratories, Murray Hill, New Jersey

(Received October 10, 1957)

This paper presents a simple model for such processes as spin diffusion or conduction in the "impurity band." These processes involve transport in a lattice which is in some sense random, and in them diffusion is expected to take place via quantum jumps between localized sites. In this simple model the essential randomness is introduced by requiring the energy to vary randomly from site to site. It is shown that at low enough densities no diffusion at all can take place, and the criteria for transport to occur are given.

- Durch Unordnung können Teilchen (quantenmechanisch) lokalisiert werden
- Andersons Veröffentlichung wurde 4500 mal zitiert (Platz 5)

und ...

Veröffentlichung 1958

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 109, NUMBER 5

MARCH 1, 1958

Absence of Diffusion in Certain Random Lattices

P. W. ANDERSON

Bell Telephone Laboratories, Murray Hill, New Jersey

(Received October 10, 1957)

This paper presents a simple model for such processes as spin diffusion or conduction in the "impurity band." These processes involve transport in a lattice which is in some sense random, and in them diffusion is expected to take place via quantum jumps between localized sites. In this simple model the essential randomness is introduced by requiring the energy to vary randomly from site to site. It is shown that at low enough densities no diffusion at all can take place, and the criteria for transport to occur are given.

- Durch Unordnung können Teilchen (quantenmechanisch) lokalisiert werden
- Andersons Veröffentlichung wurde 4500 mal zitiert (Platz 5)

und ...

Nobelpreis 1977

„for their fundamental theoretical investigations of the electronic structure of magnetic and disordered systems“



Philip Warren
Anderson

★1923



Sir Nevill Francis
Mott

★1905 †1996



John Hasbrouck
van Vleck

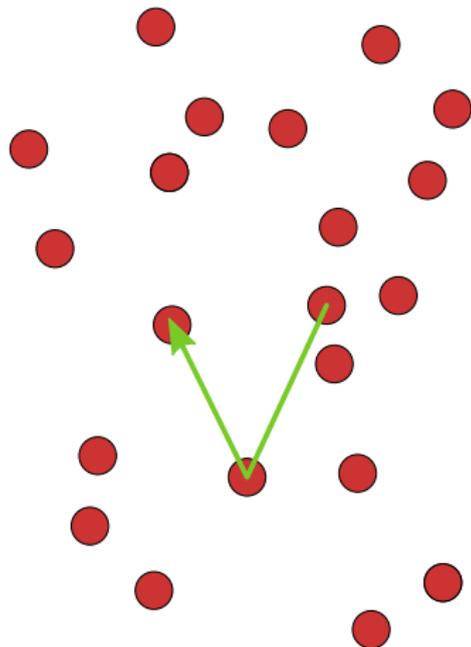
★1899 †1980



Anderson-Lokalisierung: Erklärung

Teilchen im zufälligen Potential:

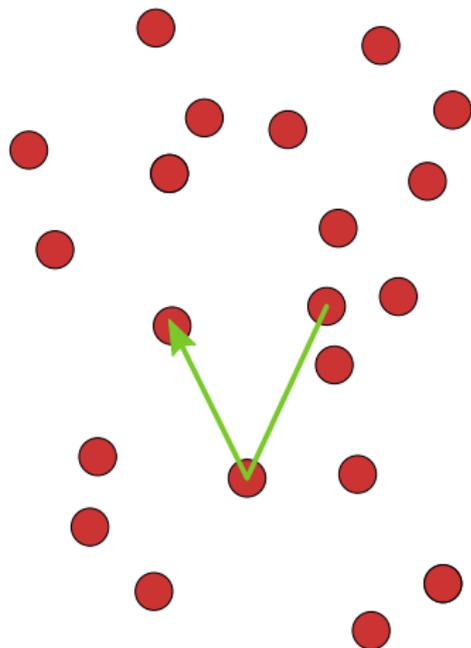
- Teilchen wird an Störstellen gestreut (nicht am Gitter!)
- Auf jedem Pfad ändert sich die Phase
- Teilchen kann zurückgestreut werden
- Für geschlossenen Pfad gilt:
 $\Delta\varphi_{\text{hin}} = \Delta\varphi_{\text{zurück}}$
- Beide Streu-Pfade interferieren konstruktiv: „coherent backscattering“
- Wahrscheinlichkeit zurückzukehren ist erhöht



Anderson-Lokalisierung: Erklärung

Teilchen im zufälligen Potential:

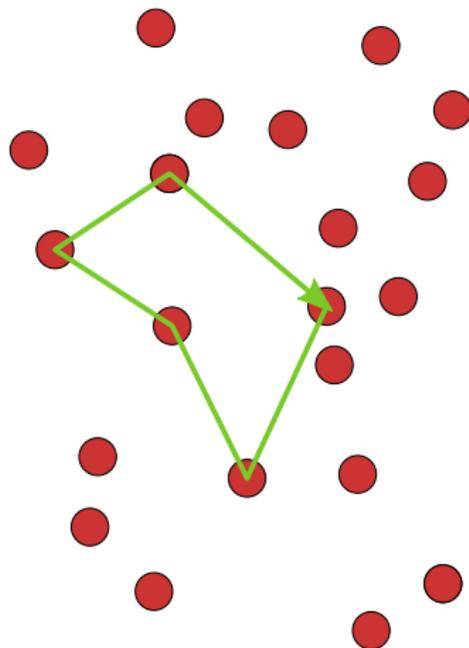
- Teilchen wird an Störstellen gestreut (nicht am Gitter!)
- Auf jedem Pfad ändert sich die Phase
- Teilchen kann zurückgestreut werden
- Für geschlossenen Pfad gilt:
 $\Delta\varphi_{\text{hin}} = \Delta\varphi_{\text{zurück}}$
- Beide Streu-Pfade interferieren konstruktiv: „coherent backscattering“
- Wahrscheinlichkeit zurückzukehren ist erhöht



Anderson-Lokalisierung: Erklärung

Teilchen im zufälligen Potential:

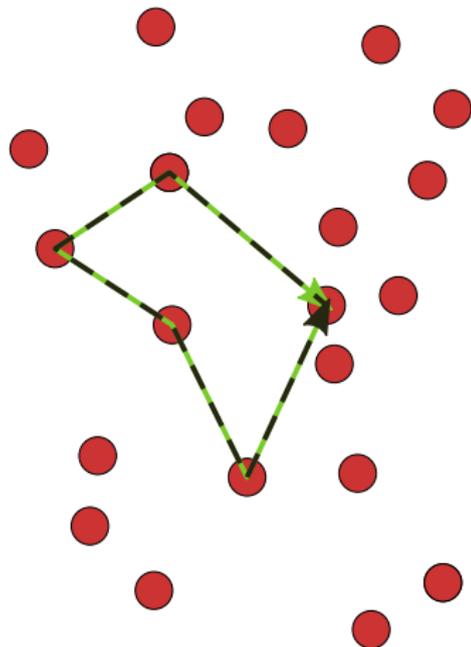
- Teilchen wird an Störstellen gestreut (nicht am Gitter!)
- Auf jedem Pfad ändert sich die Phase
- Teilchen kann zurückgestreut werden
- Für geschlossenen Pfad gilt:
 $\Delta\varphi_{\text{hin}} = \Delta\varphi_{\text{zurück}}$
- Beide Streu-Pfade interferieren konstruktiv: „coherent backscattering“
- Wahrscheinlichkeit zurückzukehren ist erhöht



Anderson-Lokalisierung: Erklärung

Teilchen im zufälligen Potential:

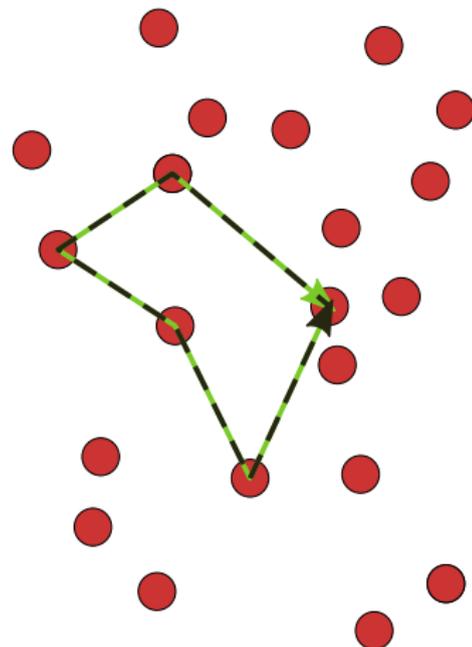
- Teilchen wird an Störstellen gestreut (nicht am Gitter!)
- Auf jedem Pfad ändert sich die Phase
- Teilchen kann zurückgestreut werden
- Für geschlossenen Pfad gilt:
 $\Delta\varphi_{\text{hin}} = \Delta\varphi_{\text{zurück}}$
- Beide Streu-Pfade interferieren konstruktiv: „coherent backscattering“
- Wahrscheinlichkeit zurückzukehren ist erhöht



Anderson-Lokalisierung: Erklärung

Teilchen im zufälligen Potential:

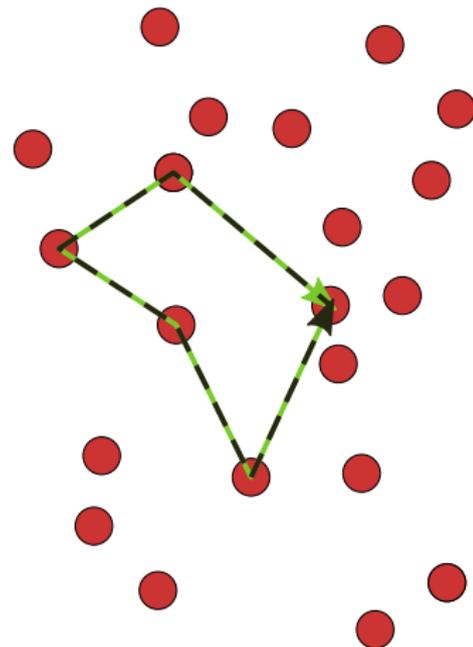
- Teilchen wird an Störstellen gestreut (nicht am Gitter!)
- Auf jedem Pfad ändert sich die Phase
- Teilchen kann zurückgestreut werden
- Für geschlossenen Pfad gilt:
 $\Delta\varphi_{\text{hin}} = \Delta\varphi_{\text{zurück}}$
- Beide Streu-Pfade interferieren konstruktiv: „coherent backscattering“
- Wahrscheinlichkeit zurückzukehren ist erhöht



Anderson-Lokalisierung: Erklärung

Teilchen im zufälligen Potential:

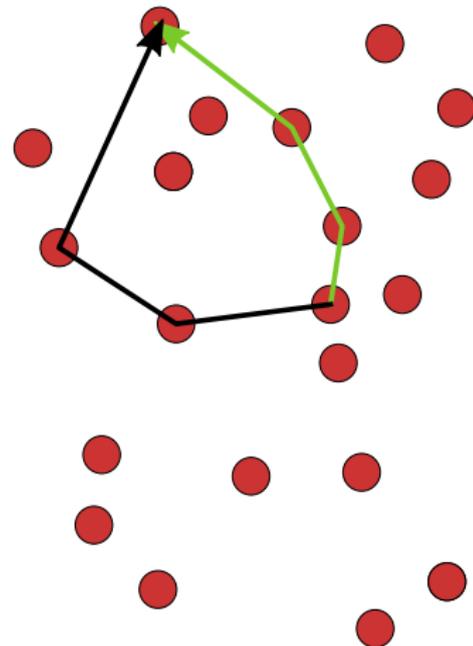
- Teilchen wird an Störstellen gestreut (nicht am Gitter!)
- Auf jedem Pfad ändert sich die Phase
- Teilchen kann zurückgestreut werden
- Für geschlossenen Pfad gilt:
 $\Delta\varphi_{\text{hin}} = \Delta\varphi_{\text{zurück}}$
- Beide Streu-Pfade interferieren konstruktiv: „coherent backscattering“
- Wahrscheinlichkeit zurückzukehren ist erhöht



Anderson-Lokalisierung: Erklärung

Teilchen im zufälligen Potential:

- Teilchen wird an Störstellen gestreut (nicht am Gitter!)
- Auf jedem Pfad ändert sich die Phase
- Teilchen kann zurückgestreut werden
- Für geschlossenen Pfad gilt:
 $\Delta\varphi_{\text{hin}} = \Delta\varphi_{\text{zurück}}$
- Beide Streu-Pfade interferieren konstruktiv: „coherent backscattering“
- Wahrscheinlichkeit zurückzukehren ist erhöht

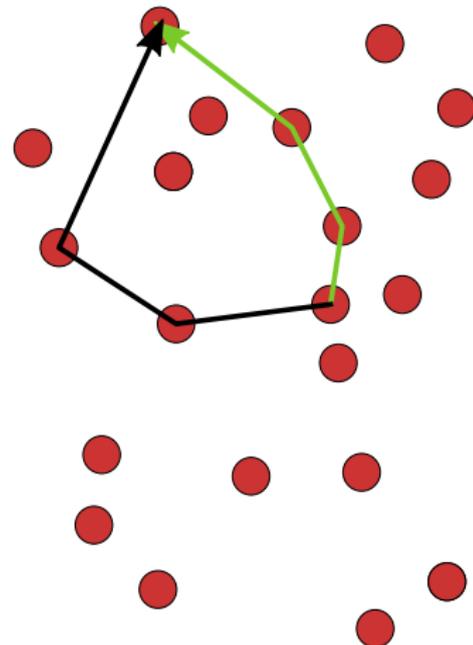


Anderson-Lokalisierung: Erklärung

Teilchen im zufälligen Potential:

- Teilchen wird an Störstellen gestreut (nicht am Gitter!)
- Auf jedem Pfad ändert sich die Phase
- Teilchen kann zurückgestreut werden
- Für geschlossenen Pfad gilt:
 $\Delta\varphi_{\text{hin}} = \Delta\varphi_{\text{zurück}}$
- Beide Streu-Pfade interferieren konstruktiv: „coherent backscattering“
- Wahrscheinlichkeit zurückzukehren ist erhöht

Anderson-Lokalisierung ist 1-Teilchen Phänomen!



Anderson-Lokalisierung: Relevante Skalen

Es treten zwei relevante Längenskalen auf

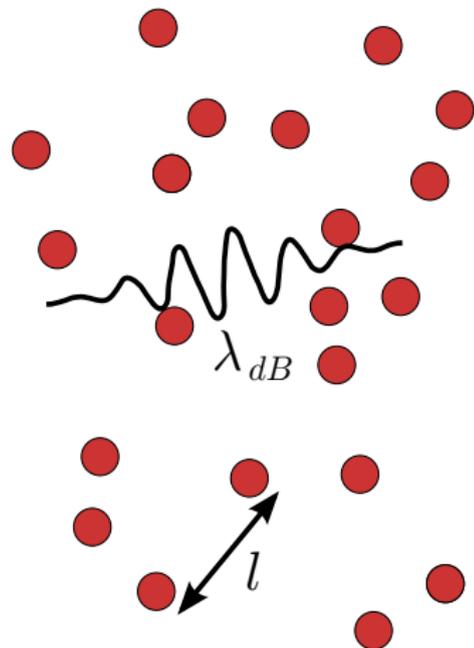
- De Broglie-Wellenlänge λ_{dB}
- Mittlere freie Weglänge l

loffe-Regel Kriterium

Lokalisierung findet statt, falls

$$l < \lambda_{dB}$$

Führt zu einer Mobilitätskante



Anderson-Lokalisierung: Relevante Skalen

Es treten zwei relevante Längenskalen auf

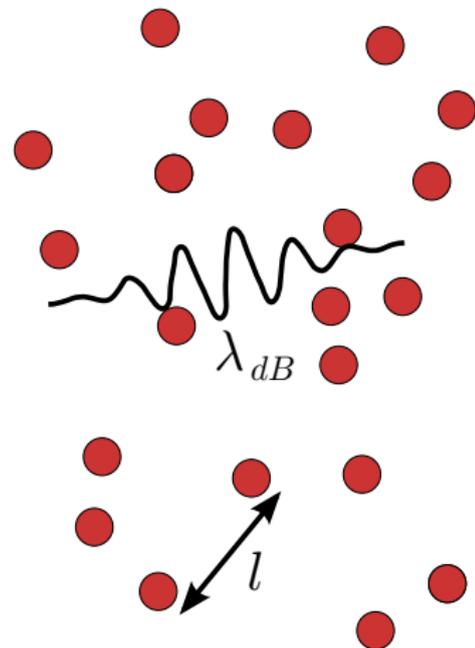
- De Broglie-Wellenlänge λ_{dB}
- Mittlere freie Weglänge l

loffe-Regel Kriterium

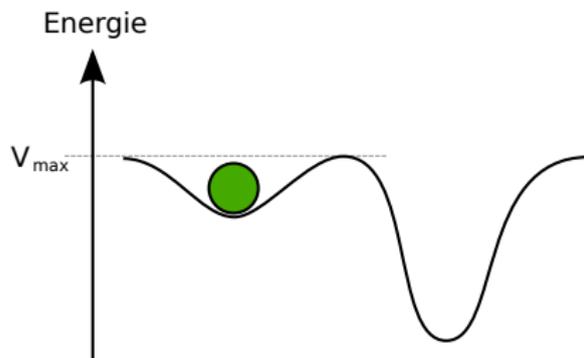
Lokalisierung findet statt, falls

$$l < \lambda_{dB}$$

Führt zu einer Mobilitätskante



Was bedeutet Lokalisierung?

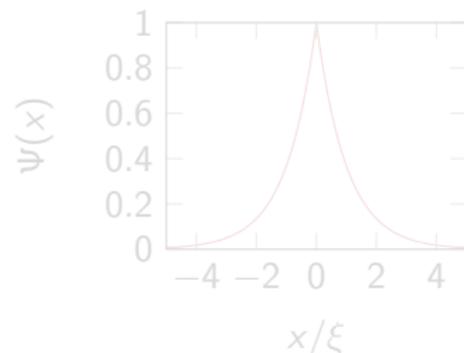


- klassisch: Teilchen ist räumlich eingegrenzt, falls $E_{\text{ges}} \leq V_{\text{max}}$
- QM: Teilchen kann tunneln, kein ausreichendes Kriterium
- Anderson-Lokalisierung findet auch im Fall $E_{\text{ges}} \gg V_{\text{max}}$ statt!

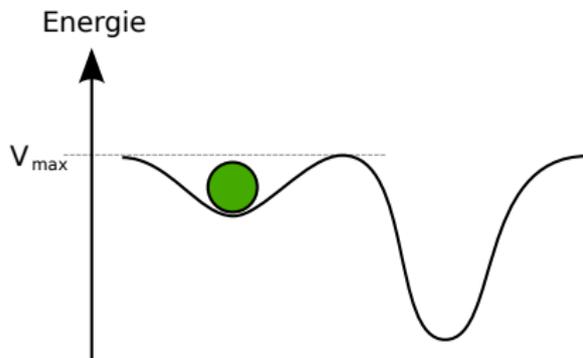
- Lokalisiert, falls Wellenfunktion von Zentrum aus hinreichend schnell abfällt
- Anderson-Lokalisierung:

$$\Psi(x) \propto \exp(-|x - x_0| / \xi)$$

mit der Lokalisierungslänge ξ



Was bedeutet Lokalisierung?

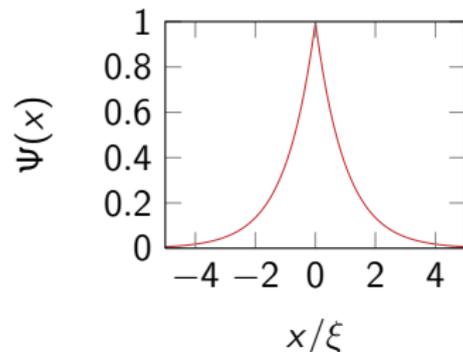


- klassisch: Teilchen ist räumlich eingegrenzt, falls $E_{\text{ges}} \leq V_{\max}$
- QM: Teilchen kann tunneln, kein ausreichendes Kriterium
- Anderson-Lokalisierung findet auch im Fall $E_{\text{ges}} \gg V_{\max}$ statt!

- Lokalisiert, falls Wellenfunktion von Zentrum aus hinreichend schnell abfällt
- Anderson-Lokalisierung:

$$\Psi(x) \propto \exp(-|x - x_0|/\xi)$$

mit der Lokalisierungslänge ξ



Inhalt

1 Einführung

2 Theorie

- Anderson-Modell
- Aubry-André-Modell

3 Simulationen

4 Experimente

Anderson-Modell

Hamilton-Operator

Hamilton-Operator für das diskrete Anderson-Modell:

$$H = \underbrace{-J \sum_{\langle k,l \rangle} (a_k^\dagger a_l + a_l^\dagger a_k)}_{\text{kinetische Energie}} + \underbrace{\sum_k \Delta_k a_k^\dagger a_k}_{\text{ext. Potential}}$$

Anderson-Modell

Hamilton-Operator

Hamilton-Operator für das diskrete Anderson-Modell:

$$H = \underbrace{-J \sum_{\langle k,l \rangle} (a_k^\dagger a_l + a_l^\dagger a_k)}_{\text{kinetische Energie}} + \underbrace{\sum_k \Delta_k a_k^\dagger a_k}_{\text{ext. Potential}}$$

Beschreibung

- Tight-Binding-Modell
- J : Tunnelrate
- Δ_k : Zufallszahl, z.B. gleichmäßig aus Intervall $[0, \Delta]$

Anderson-Modell

Hamilton-Operator

Hamilton-Operator für das diskrete Anderson-Modell:

$$H = \underbrace{-J \sum_{\langle k,l \rangle} (a_k^\dagger a_l + a_l^\dagger a_k)}_{\text{kinetische Energie}} + \underbrace{\sum_k \Delta_k a_k^\dagger a_k}_{\text{ext. Potential}}$$

Beschreibung

- Tight-Binding-Modell
- J : Tunnelrate
- Δ_k : Zufallszahl, z.B. gleichmäßig aus Intervall $[0, \Delta]$

Anderson-Modell

Hamilton-Operator

Hamilton-Operator für das diskrete Anderson-Modell:

$$H = \underbrace{-J \sum_{\langle k,l \rangle} (a_k^\dagger a_l + a_l^\dagger a_k)}_{\text{kinetische Energie}} + \underbrace{\sum_k \Delta_k a_k^\dagger a_k}_{\text{ext. Potential}}$$

Beschreibung

- Tight-Binding-Modell
- J : Tunnelrate
- Δ_k : Zufallszahl, z.B. gleichmäßig aus Intervall $[0, \Delta]$

Anderson-Modell

Hamilton-Operator

Hamilton-Operator für das diskrete Anderson-Modell:

$$H = \underbrace{-J \sum_{\langle k,l \rangle} (a_k^\dagger a_l + a_l^\dagger a_k)}_{\text{kinetische Energie}} + \underbrace{\sum_k \Delta_k a_k^\dagger a_k}_{\text{ext. Potential}}$$

Beschreibung

- Tight-Binding-Modell
- J : Tunnelrate
- Δ_k : Zufallszahl, z.B. gleichmäßig aus Intervall $[0, \Delta]$

Anderson-Modell

Hamilton-Operator

Hamilton-Operator für das diskrete Anderson-Modell:

$$H = \underbrace{-J \sum_{\langle k,l \rangle} (a_k^\dagger a_l + a_l^\dagger a_k)}_{\text{kinetische Energie}} + \underbrace{\sum_k \Delta_k a_k^\dagger a_k}_{\text{ext. Potential}}$$

Eigenschaften

- Metall-Isolator-Übergang in 3D, Ordnungsparameter Δ/J
- Für $d = 1, 2$ sind *alle* Zustände lokalisiert (Isolator)

Anderson-Modell

Hamilton-Operator

Hamilton-Operator für das diskrete Anderson-Modell:

$$H = \underbrace{-J \sum_{\langle k,l \rangle} (a_k^\dagger a_l + a_l^\dagger a_k)}_{\text{kinetische Energie}} + \underbrace{\sum_k \Delta_k a_k^\dagger a_k}_{\text{ext. Potential}}$$

Eigenschaften

- Metall-Isolator-Übergang in 3D, Ordnungsparameter Δ/J
- Für $d = 1, 2$ sind *alle* Zustände lokalisiert (Isolator)

Anderson-Modell

Hamilton-Operator

Hamilton-Operator für das diskrete Anderson-Modell:

$$H = \underbrace{-J \sum_{\langle k,l \rangle} (a_k^\dagger a_l + a_l^\dagger a_k)}_{\text{kinetische Energie}} + \underbrace{\sum_k \Delta_k a_k^\dagger a_k}_{\text{ext. Potential}}$$

Gründe für ein abgewandeltes Modell

- Anderson-Modell zeigt Phasenübergang nur in 3 Dimensionen
- Experimente aus Florenz realisieren Aubry-André Modell

Anderson-Modell

Hamilton-Operator

Hamilton-Operator für das diskrete Anderson-Modell:

$$H = \underbrace{-J \sum_{\langle k,l \rangle} (a_k^\dagger a_l + a_l^\dagger a_k)}_{\text{kinetische Energie}} + \underbrace{\sum_k \Delta_k a_k^\dagger a_k}_{\text{ext. Potential}}$$

Gründe für ein abgewandeltes Modell

- Anderson-Modell zeigt Phasenübergang nur in 3 Dimensionen
- Experimente aus Florenz realisieren Aubry-André Modell



Aubry-André-Modell

Hamilton-Operator

Hamilton-Operator für das diskrete Aubry-André-Modell:

$$H = \underbrace{-J \sum_{\langle k,l \rangle} (a_k^\dagger a_l + a_l^\dagger a_k)}_{\text{kinetische Energie}} + \underbrace{\Delta \sum_k \cos(2\pi\beta k) a_k^\dagger a_k}_{\text{ext. Potential}}$$

Aubry-André-Modell

Hamilton-Operator

Hamilton-Operator für das diskrete Aubry-André-Modell:

$$H = \underbrace{-J \sum_{\langle k,l \rangle} (a_k^\dagger a_l + a_l^\dagger a_k)}_{\text{kinetische Energie}} + \underbrace{\Delta \sum_k \cos(2\pi\beta k) a_k^\dagger a_k}_{\text{ext. Potential}}$$

Beschreibung

- Δ : Stärke des äußeren Potentials
- β : Irrationale Zahl \rightarrow quasiperiodisches Potential

Aubry-André-Modell

Hamilton-Operator

Hamilton-Operator für das diskrete Aubry-André-Modell:

$$H = \underbrace{-J \sum_{\langle k,l \rangle} \left(a_k^\dagger a_l + a_l^\dagger a_k \right)}_{\text{kinetische Energie}} + \underbrace{\Delta \sum_k \cos(2\pi\beta k) a_k^\dagger a_k}_{\text{ext. Potential}}$$

Beschreibung

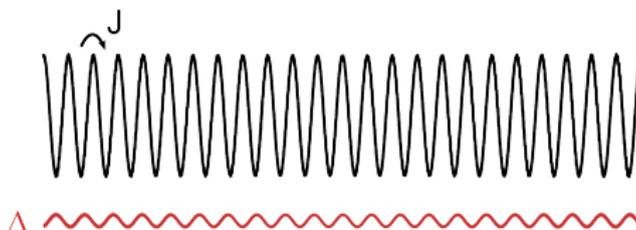
- Δ : Stärke des äußeren Potentials
- β : Irrationale Zahl \rightarrow quasiperiodisches Potential

Aubry-André-Modell

Hamilton-Operator

Hamilton-Operator für das diskrete Aubry-André-Modell:

$$H = \underbrace{-J \sum_{\langle k,l \rangle} (a_k^\dagger a_l + a_l^\dagger a_k)}_{\text{kinetische Energie}} + \underbrace{\Delta \sum_k \cos(2\pi\beta k) a_k^\dagger a_k}_{\text{ext. Potential}}$$

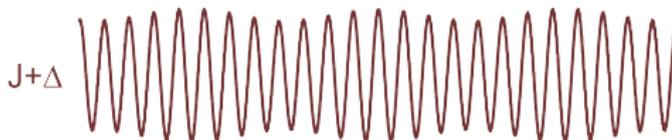


Aubry-André-Modell

Hamilton-Operator

Hamilton-Operator für das diskrete Aubry-André-Modell:

$$H = \underbrace{-J \sum_{\langle k,l \rangle} (a_k^\dagger a_l + a_l^\dagger a_k)}_{\text{kinetische Energie}} + \underbrace{\Delta \sum_k \cos(2\pi\beta k) a_k^\dagger a_k}_{\text{ext. Potential}}$$



Aubry-André-Modell

Hamilton-Operator

Hamilton-Operator für das diskrete Aubry-André-Modell:

$$H = \underbrace{-J \sum_{\langle k,l \rangle} (a_k^\dagger a_l + a_l^\dagger a_k)}_{\text{kinetische Energie}} + \underbrace{\Delta \sum_k \cos(2\pi\beta k) a_k^\dagger a_k}_{\text{ext. Potential}}$$

Eigenschaften

- Phasenübergang auch in 1D, Ordnungsparameter Δ/J
- Für $\beta = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \rightarrow$ Phasenübergang bei $\Delta/J = 2$

Aubry-André-Modell

Hamilton-Operator

Hamilton-Operator für das diskrete Aubry-André-Modell:

$$H = \underbrace{-J \sum_{\langle k,l \rangle} (a_k^\dagger a_l + a_l^\dagger a_k)}_{\text{kinetische Energie}} + \underbrace{\Delta \sum_k \cos(2\pi\beta k) a_k^\dagger a_k}_{\text{ext. Potential}}$$

Eigenschaften

- Phasenübergang auch in 1D, Ordnungsparameter Δ/J
- Für $\beta = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \rightarrow$ Phasenübergang bei $\Delta/J = 2$



Inhalt

- 1 Einführung
- 2 Theorie
- 3 Simulationen**
 - Verfahren
 - Ergebnisse
- 4 Experimente



Verfahren

Simuliere Aubry-André-Modell (1D)

- Stelle diskreten Hamilton-Operator auf ($N \times N$ -Matrix, N : Anzahl Gitterpunkte)
- (Wähle Randbedingungen)
- Berechne Eigenwerte (Energien) und Eigenvektoren (Zustände) numerisch
- Grundzustand = Eigenvektor zum niedrigsten Eigenwert

Berechnung der Lokalisierungslänge (Korrelationslänge)

- Die Lokalisierungslänge ξ ist proportional zur Streuung:

$$\Delta x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

- Für exponentiell lokalisierte Zustände gilt $\Delta x = \xi/\sqrt{2}$



Verfahren

Simuliere Aubry-André-Modell (1D)

- Stelle diskreten Hamilton-Operator auf ($N \times N$ -Matrix, N : Anzahl Gitterpunkte)
- (Wähle Randbedingungen)
- Berechne Eigenwerte (Energien) und Eigenvektoren (Zustände) numerisch
- Grundzustand = Eigenvektor zum niedrigsten Eigenwert

Berechnung der Lokalisierungslänge (Korrelationslänge)

- Die Lokalisierungslänge ξ ist proportional zur Streuung:

$$\Delta x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

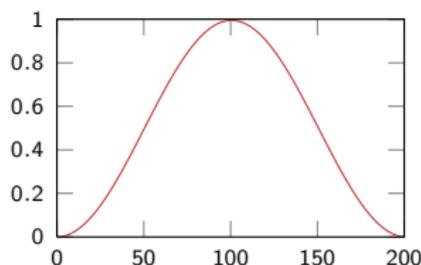
- Für exponentiell lokalisierte Zustände gilt $\Delta x = \xi/\sqrt{2}$



Dichteverteilung

Aufgetragen ist jeweils die Dichte $|\Psi(k)^2|$ über der Position.

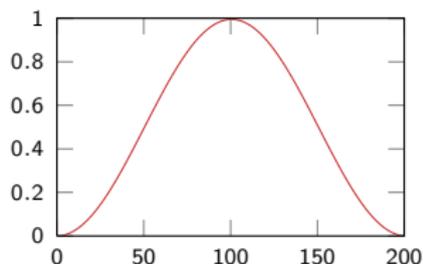
$$\Delta/J = 0$$



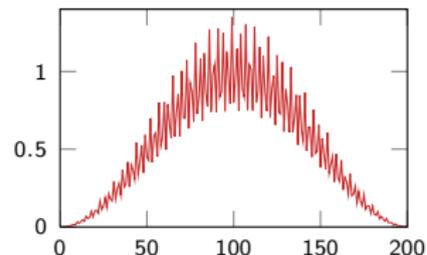
Dichteverteilung

Aufgetragen ist jeweils die Dichte $|\Psi(k)|^2$ über der Position.

$$\Delta/J = 0$$



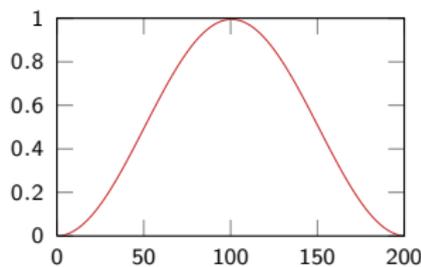
$$\Delta/J = 0.5$$



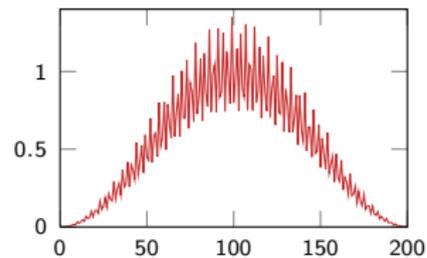
Dichteverteilung

Aufgetragen ist jeweils die Dichte $|\Psi(k)|^2$ über der Position.

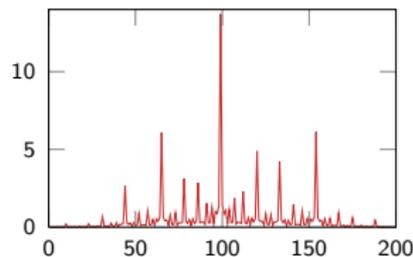
$$\Delta/J = 0$$



$$\Delta/J = 0.5$$



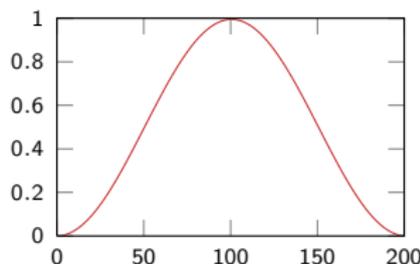
$$\Delta/J = 1.9$$



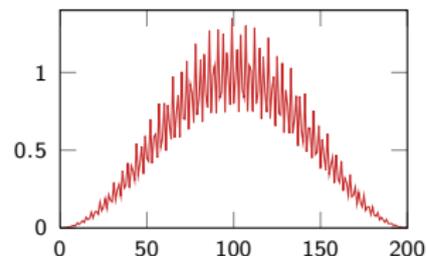
Dichteverteilung

Aufgetragen ist jeweils die Dichte $|\Psi(k)|^2$ über der Position.

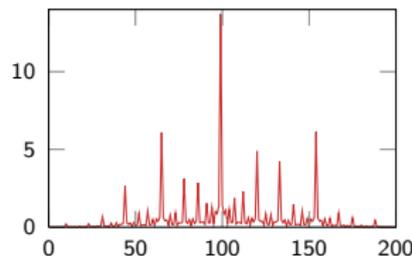
$$\Delta/J = 0$$



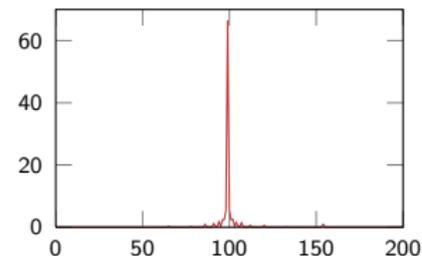
$$\Delta/J = 0.5$$



$$\Delta/J = 1.9$$



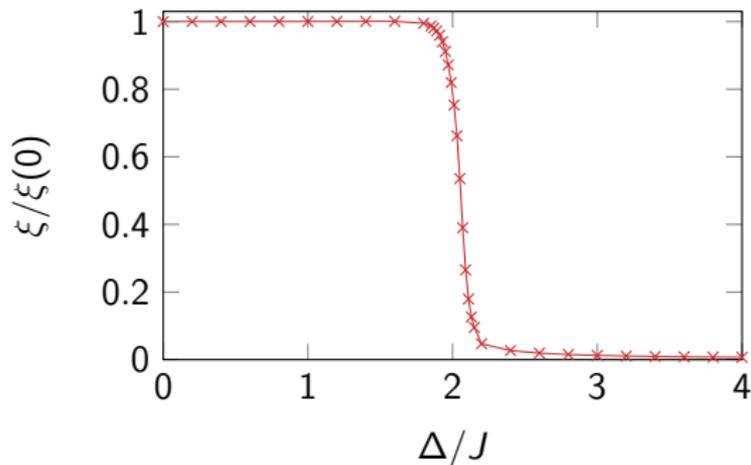
$$\Delta/J = 2.1$$





Phasenübergang

Trage die Lokalisierungslänge über dem Verhältnis Δ/J auf:



- Phasenübergang bei $\Delta/J = 2$

Inhalt

1 Einführung

2 Theorie

3 Simulationen

4 Experimente

- Motivation
- BEC im Laser-Speckle
- BEC im quasiperiodischen Gitter

Warum? (Wiederholung)

Warum untersucht man die Anderson-Lokalisierung mit Bose-Einstein-Kondensaten?

- Wechselwirkung kann kontrolliert (abgeschaltet) werden (Feshbach-Resonanzen, Einstellen der Dichte)
- Dimension frei wählbar
- Externe Potentiale können beliebig und genau eingestellt werden (vgl. Festkörper mit Phononen)
- Direkte Messung der Dichteprofile

Bisher noch nie an Materiewellen beobachtet(!), jedoch mit

- 1990: Ultraschall Weaver, R. L. et al., *Wave Motion* 12, 129-142
- 1991: Mikrowellen Dalichaouch, R. et al., *Nature* 354, 53-55
- 1997: Licht Wiersma, D. S. et al., *Nature* 390, 671-673

Warum? (Wiederholung)

Warum untersucht man die Anderson-Lokalisierung mit Bose-Einstein-Kondensaten?

- Wechselwirkung kann kontrolliert (abgeschaltet) werden (Feshbach-Resonanzen, Einstellen der Dichte)
- Dimension frei wählbar
- Externe Potentiale können beliebig und genau eingestellt werden (vgl. Festkörper mit Phononen)
- Direkte Messung der Dichteprofile

Bisher noch nie an Materiewellen beobachtet(!), jedoch mit

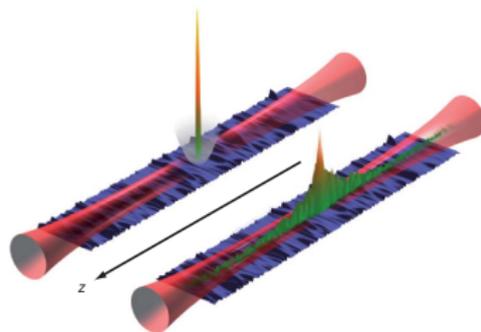
- 1990: Ultraschall *Weaver, R. L. et al., Wave Motion 12, 129-142*
- 1991: Mikrowellen *Dalichaouch, R. et al., Nature 354, 53-55*
- 1997: Licht *Wiersma, D. S. et al., Nature 390, 671-673*



BEC im Laser-Speckle (Paris 2008)¹

Experimenteller Aufbau

- BEC aus 20.000 ⁸⁷Rb Atomen
- Quasi-1D Falle mit Fallenfrequenzen
 - $\omega_{\perp}/2\pi = 70\text{Hz}$, Ausdehnung: $3\mu\text{m}$
 - $\omega_z/2\pi = 5,4\text{Hz}$, Ausdehnung: $35\mu\text{m}$
wird abgeschaltet
- Expansion im Laser-Speckle Potential (siehe nächste Folie)
- Wechselwirkung durch niedrige Dichte vernachlässigbar
- Dichtemessung durch Fluoreszenz-Aufnahmen (Auflösung $15\mu\text{m}$)



¹Billy, J. et al., Direct observation of Anderson localization of matter waves in a controlled disorder. *Nature* **453**, 891-894 (2008).



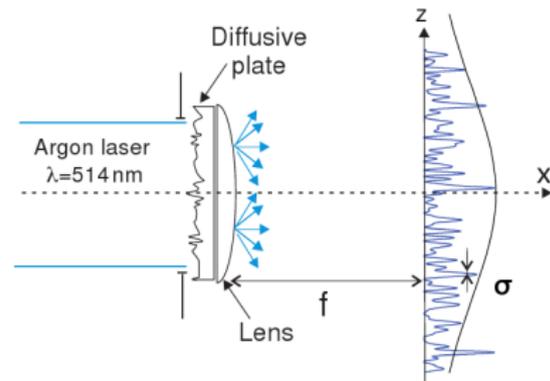
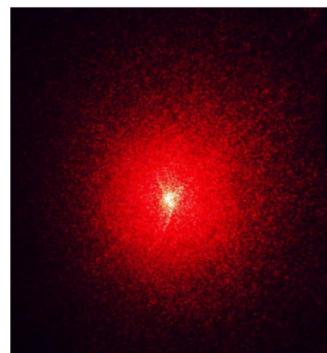
Laser-Speckle

- Speckle: Leite kohärente Strahlung durch diffuses Medium
- Im Experiment: Aufgeweiteter Laser bei 514nm (großes δ_L) mit niedriger Leistung
- charakteristische Größen:

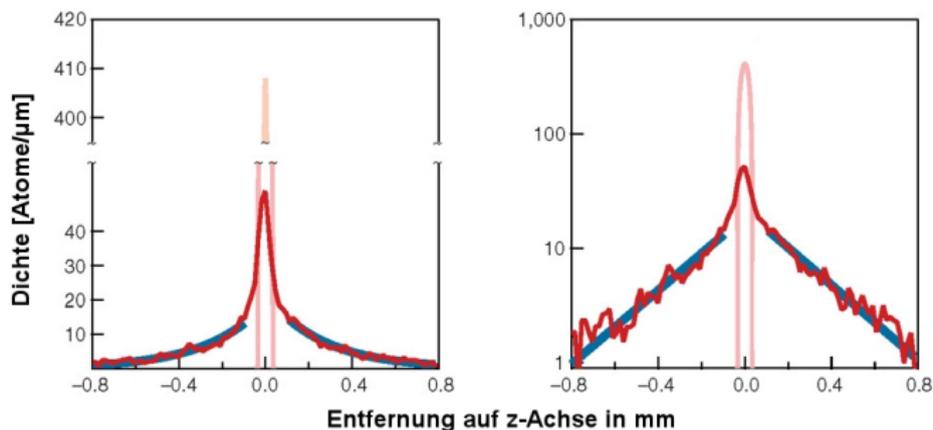
- Korngröße $\pi\sigma_R \approx 0,82\mu\text{m}$
- Impuls Cut-off bei

$$k_c = 2/\sigma_R.$$

Zustände oberhalb nicht (exponentiell) lokalisiert: vgl. Mobilitätskante



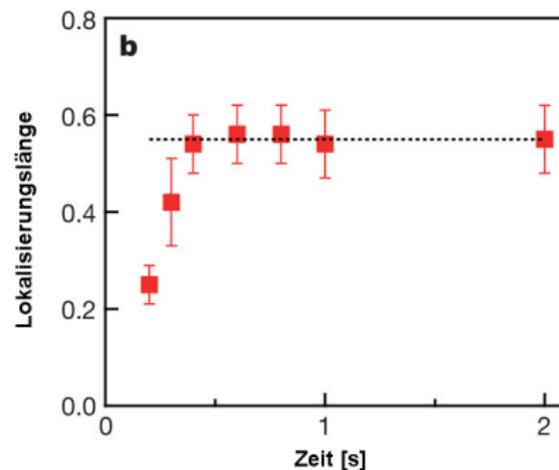
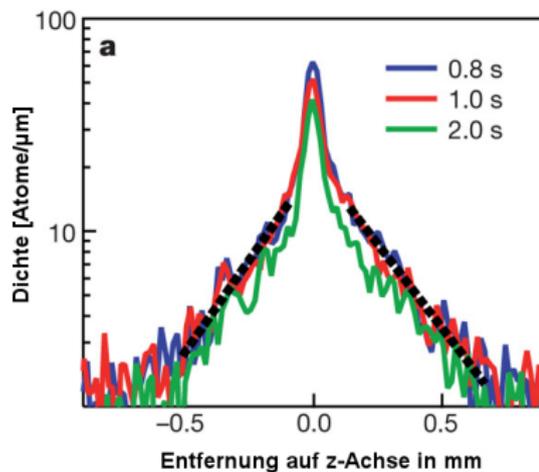
Ergebnisse - Lokalisierung (räumlich)



- Lokalisierung auf Millimeterskala
- Exponentieller Abfall der Dichte am Rand: Starker Hinweis auf Anderson-Lokalisierung

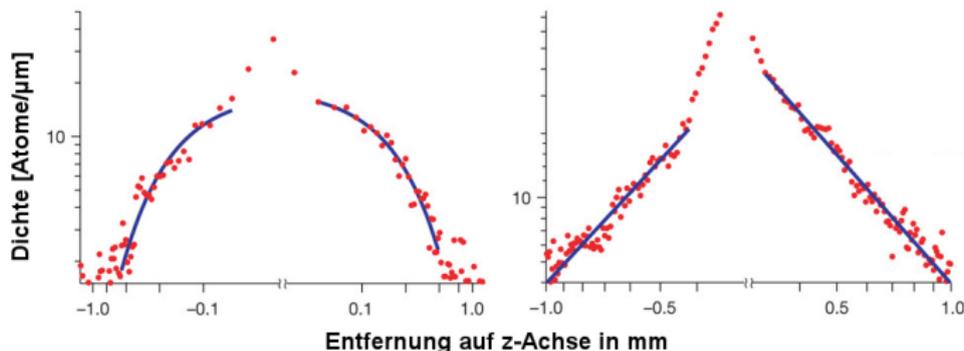


Ergebnisse - Lokalisierung (zeitlich)



- Lokalisierungslänge ändert sich zeitlich nicht
- Lokalisierte Zustand über Sekunden hinweg beobachtbar

Ergebnisse - Mobilitätskante



unterhalb der Mobilitätskante:

$$k_{\max} < 1/\sigma_R$$

exponentiell lokalisierter Zustand:

$$\text{Dichte} \propto e^{-|z|/\xi}$$

oberhalb der Mobilitätskante:

$$k_{\max} > 1/\sigma_R$$

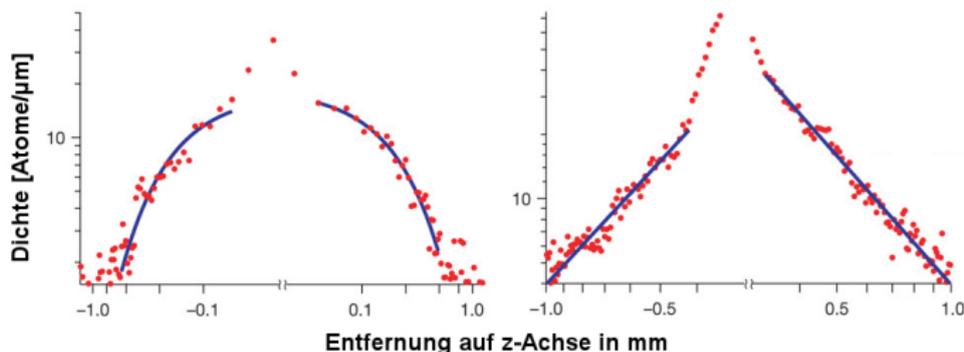
algebraisch lokalisierter Zustand:

$$\text{Dichte} \propto |z|^{-\beta}$$

mit $\beta = 2,01 \pm 0,03$.

k_{\max} : Größte Impulskomponente im BEC, σ_R : Speckle-Korngröße

Ergebnisse - Mobilitätskante



unterhalb der Mobilitätskante:

$$k_{\max} < 1/\sigma_R$$

exponentiell lokalisierter Zustand:

$$\text{Dichte} \propto e^{-|z|/\xi}$$

oberhalb der Mobilitätskante:

$$k_{\max} > 1/\sigma_R$$

algebraisch lokalisierter Zustand:

$$\text{Dichte} \propto |z|^{-\beta}$$

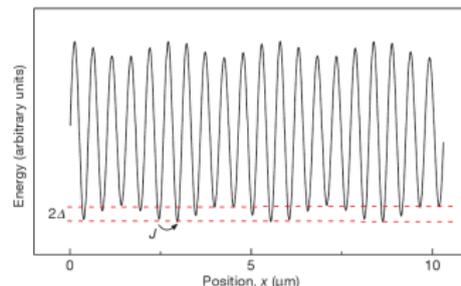
mit $\beta = 2,01 \pm 0,03$.

k_{\max} : Größte Impulskomponente im BEC, σ_R : Speckle-Korngröße

BEC im quasiperiodischen Gitter (Florenz 2008)²

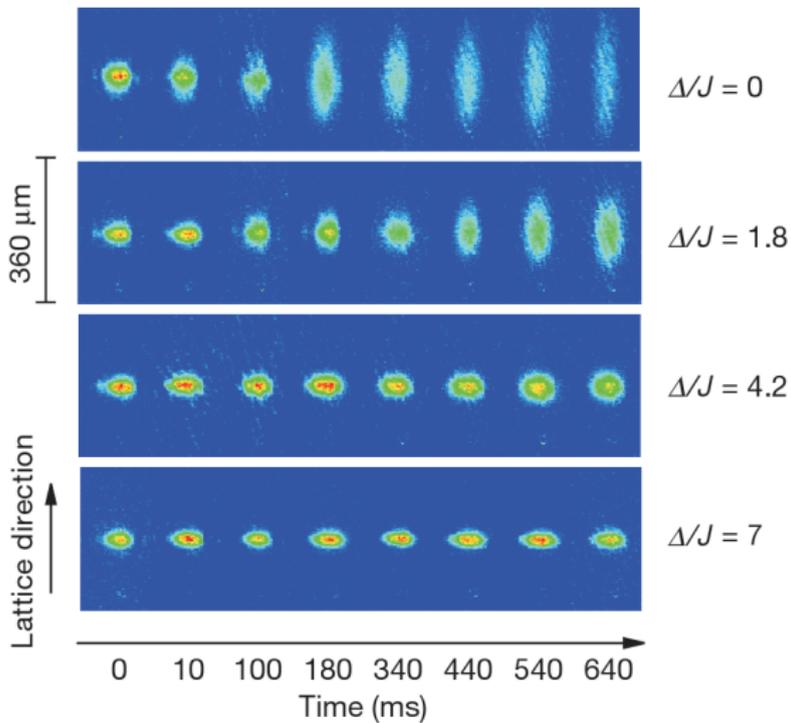
Experimenteller Aufbau

- BEC aus 10.000 ³⁹K Atomen
- Durch Feshbach-Resonanz: Wechselwirkungsenergie \ll kin. Energie
- Realisiert Aubry-André-Modell
- Optische Gitter (1D) durch zwei stehende Wellen:
 - 1032nm und 862nm $\rightarrow \beta \approx 1,1972$



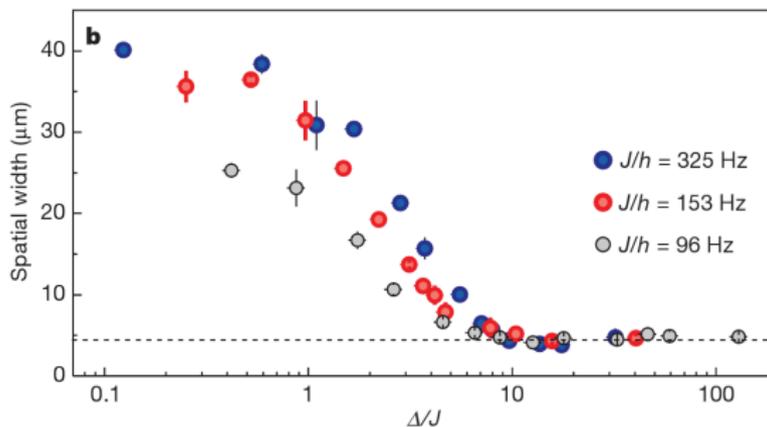
²Roati, G. et al., Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein condensate. *Nature* **453**, 895-898 (2008).

Ergebnisse - Lokalisierung





Ergebnisse - Universalität

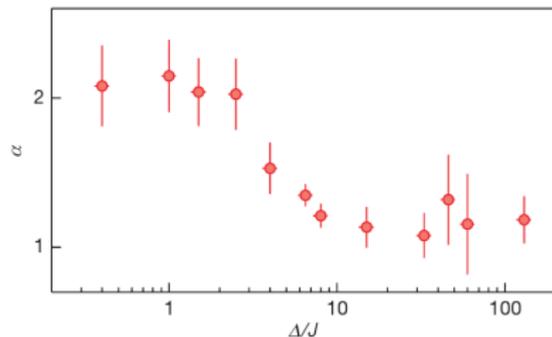
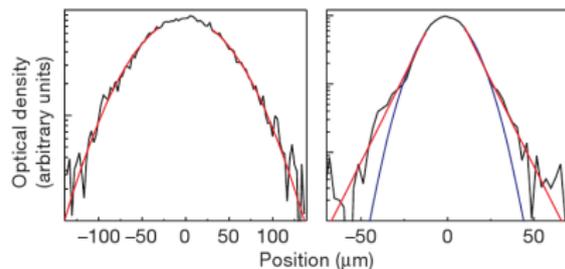


- Lokalisierung auf der Mikrometerskala
- Universelles Verhalten für verschiedene J



Ergebnisse - Phasenübergang

- Fitte $n(z) = n_0 \exp(-|x/\xi|^\alpha)$ an das Dichteprofil
- Übergang von Gaußischem Wellenpaket ($\alpha = 2$) zu lokalisiertem Zustand ($\alpha = 1$)
- Phasenübergang bei $\Delta/J \approx 2$



Ausblick

Was ist mit den **wechselwirkenden** Quantengasen?

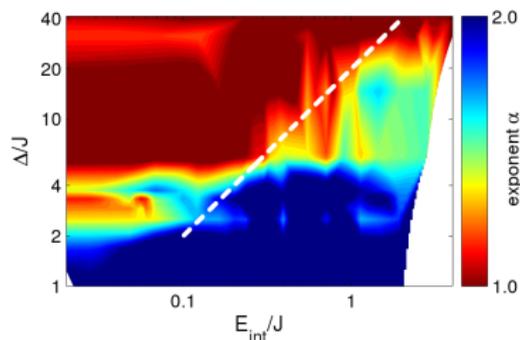
- Theoretische Herausforderung: gemeinsame Behandlung von Unordnung und Wechselwirkung
- Viele offene Fragen, Experimente mit BEC können Vorreiter sein
- Theoretisch vorhergesagt:
 - Anderson-Lokalisierung von Solitonen
 - Mott-Anderson-Übergang, neue Quantenphasen. Experiment³:

³Deissler, B. et al, *arXiv* **0910.5062v2** (2010)

Ausblick

Was ist mit den **wechselwirkenden** Quantengasen?

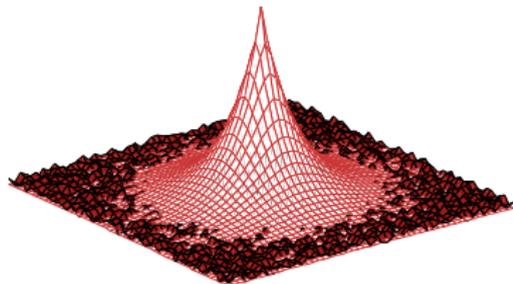
- Theoretische Herausforderung: gemeinsame Behandlung von Unordnung und Wechselwirkung
- Viele offene Fragen, Experimente mit BEC können Vorreiter sein
- Theoretisch vorhergesagt:
 - Anderson-Lokalisierung von Solitonen
 - Mott-Anderson-Übergang, neue Quantenphasen. Experiment³:



³Deissler, B. et al, *arXiv* **0910.5062v2** (2010)

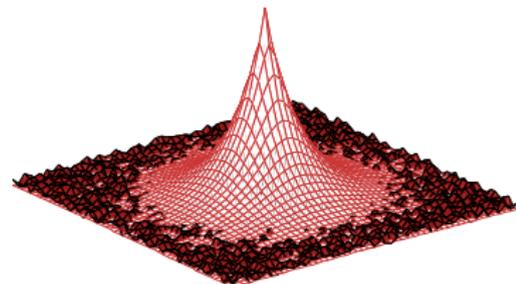
Zusammenfassung

- In Zufalls-Potentialen tritt (exponentielle) Lokalisierung auf
- Phasenübergang bei kritischer Unordnungsstärke (3D)
- Grund: Kohärente Rückstreuung an den Störstellen (1 Teilchen Phänomen)
- Wechselwirkungsfreie Anderson-Lokalisierung theoretisch (und jetzt experimentell) gut verstanden
- In Zusammenhang mit WW sind noch viele Fragen offen
- Fragen?



Zusammenfassung

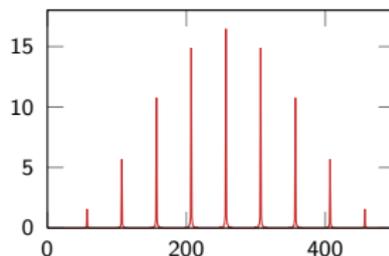
- In Zufalls-Potentialen tritt (exponentielle) Lokalisierung auf
- Phasenübergang bei kritischer Unordnungsstärke (3D)
- Grund: Kohärente Rückstreuung an den Störstellen (1 Teilchen Phänomen)
- Wechselwirkungsfreie Anderson-Lokalisierung theoretisch (und jetzt experimentell) gut verstanden
- In Zusammenhang mit WW sind noch viele Fragen offen
- **Fragen?**



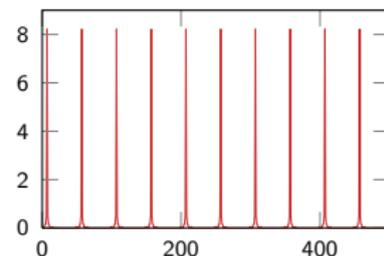
Dichteverteilungen 2

Aufgetragen ist jeweils die Dichte $|\Psi(k)|^2$ über der Position.

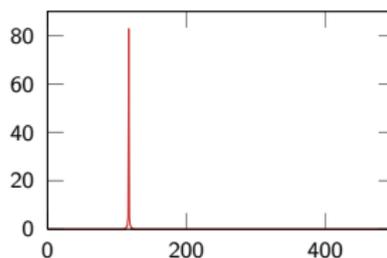
$\Delta/J = 2.4, \beta = 1.62, \text{fest}$



$\Delta/J = 2.4, \beta = 1.62, \text{per.}$



$\Delta/J = 2.4, \text{per.}$



$\Delta/J = 0.01, \text{per.}$

